

Temat: Miejsce zerowe funkcji.

- ✓ Przypomnijmy

Definicja

Miejszem zerowym funkcji nazywamy argument (x), dla którego wartość funkcji (y) jest równa zero.

- ✓ Jeżeli chcemy wyznaczyć miejsce zerowe funkcji f zapisanej za pomocą wzoru, musimy rozwiązać równanie $f(x) = 0$ (inaczej: $y = 0$).
(dla humanistów: podstaw we wzorze funkcji $y = 0$ i rozwiąż otrzymane równanie. Proszę się nie obrażać.)

- Przykład 1

Oblicz miejsce zerowe funkcji $f(x) = 4x + 24$

Rozwiązanie

(-) Wyznaczamy dziedzinę funkcji; $D_f = \mathbb{R}$

(-) We wzorze funkcji podstawimy $f(x) = 0$ i rozwiążemy otrzymane równanie

$$\begin{aligned}4x + 24 &= 0 \\4x &= -24 \quad //4 \\x &= -6\end{aligned}$$

(-) sprawdzamy, czy $x = -6$ należy do dziedziny funkcji. Tak, należy. ($x = -6 \in D_f$)

Odp. Miejszem zerowym tej funkcji jest liczba (-6).

- Przykład 2

Oblicz miejsce zerowe funkcji $f(x) = \sqrt{9 - 2x}$

Rozwiązanie

(-) Wyznaczamy dziedzinę funkcji

$$\begin{aligned}9 - 2x &\geq 0 \\-2x &\geq -9 \quad // -2 \\x &\leq \frac{9}{2} \\x &\leq 4\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$D_f = (-\infty; 4\frac{1}{2}]$$

(-) Rozwiązujemy równanie $f(x) = 0$

$$\sqrt{9 - 2x} = 0 \quad (\text{pierwiastek jest równy } 0, \text{ tylko w przypadku } \sqrt{0})$$

Stąd:

$$\begin{aligned}9 - 2x &= 0 \\-2x &= -9 \quad // -2 \\x &= 4\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Sprawdzamy, czy $x = 4\frac{1}{2}$ należy do $D_f = (-\infty; 4\frac{1}{2}]$. Tak, należy (przedział jest prawostronnie domknięty).

(($x = 4\frac{1}{2} \in (-\infty; 4\frac{1}{2}]$))

Odp. Miejszem zerowym tej funkcji jest liczba $4\frac{1}{2}$

▪ Przykład 3

Oblicz miejsce zerowe funkcji $f(x) = \frac{7x-21}{x+4}$

(-) Wyznaczamy dziedzinę funkcji

(mianownik nie może być równy zero)

$$\begin{aligned}x + 4 &= 0 \\x &= -4\end{aligned}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-4\}$$

(-) Rozwiązujemy równanie $f(x) = 0$

$$\frac{7x-21}{x+4} = 0$$

(ułamek jest równy zero wtedy i tylko wtedy, gdy jego licznik jest równy zero)

$$\begin{aligned}7x - 21 &= 0 \\7x &= 21 \quad //7 \\x &= 3 \in D_f\end{aligned}$$

Odp. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba 3.

▪ Przykład 4

Oblicz miejsce zerowe funkcji $f(x) = \frac{25-x^2}{x+5}$

(-) Wyznaczamy dziedzinę funkcji

$$\begin{aligned}x + 5 &= 0 \\x &= -5\end{aligned}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-5\}$$

(-) Rozwiązujemy równanie $f(x) = 0$

$$\begin{aligned}\frac{25-x^2}{x+5} &= 0 \\25 - x^2 &= 0 \\-x^2 &= -25 \quad // -1 \\x^2 &= 25\end{aligned}$$

$$x = 5 \quad \text{i} \quad x = -5 \quad (\text{bo } 5^2 = 25 \text{ oraz } (-5)^2 = 25)$$

Sprawdzamy, czy rozwiązania równania należą do dziedziny funkcji $D_f = \mathbb{R} - \{-5\}$.

$x = -5$ nie należy do dziedziny, a więc jedynym miejscem zerowym funkcji jest $x = 5$.

Odp. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba 5.

▪ Przykład 5

Sprawdź, czy podana liczba jest miejscem zerowym funkcji f .

$$f(x) = x^2 + 5x + 6, \quad (-1)$$

Rozwiązanie

Z definicji miejsca zerowego wynika, że jeśli liczba x_0 jest miejscem zerowym funkcji f , to $f(x_0) = 0$.

Obliczamy wartość funkcji dla podanej liczby:

$$f(-1) = (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + 6$$

$$f(-1) = 1 - 5 + 6$$

$$f(-1) = 2 \quad (\text{zwracamy uwagę, czy otrzymaliśmy } 0)$$

$$f(-1) = 2 \neq 0$$

Odp. Liczba (-1) nie jest miejscem zerowym tej funkcji.

✓ **Zadania do samodzielnego zrobienia**

Zad.1 a, b, d /157 podr.

Zad.5 a, b, d / 158 podr.

Zad. 7b / 158 podr.