

Temat: Dziedzina funkcji.

Wyznaczanie dziedziny funkcji opisanej wzorem.

✓ Zapoznaj się z przykładem 1a/147 w podręczniku.

▪ Przykład 1

Dana jest funkcja: $f(x) = 2x + 3$. Wyznacz dziedzinę funkcji f .

Obliczmy wartości funkcji f dla kilku dowolnie wybranych argumentów:

$$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$f(7) = 2 \cdot 7 + 3 = 17$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 4$$

$$f(\sqrt{5}) = 2 \cdot \sqrt{5} + 3 = 2\sqrt{5} + 3.$$

Jak zauważasz dowolną liczbę można pomnożyć przez 2 (podstawienie pod x) i do iloczynu dodać 3, czyli za argument możesz wybierać dowolną liczbę rzeczywistą. Powiemy, że dziedziną funkcji f jest zbiór liczb rzeczywistych i zapiszemy: $D_f = \mathbb{R}$.

Odp. $D_f = \mathbb{R}$.

▪ Przykład 2

Dana jest funkcja: $f(x) = -3\frac{1}{5}x - 4$. Wyznacz dziedzinę funkcji f .

Czy każdą liczbę można pomnożyć przez $-3\frac{1}{5}$ i od iloczynu odjąć 4? Tak. Powiemy więc, że dziedziną funkcji f jest zbiór liczb rzeczywistych i zapiszemy: $D_f = \mathbb{R}$.

Odp. $D_f = \mathbb{R}$.

• Zad.1

Wyznacz dziedzinę funkcji f , jeśli:

a) $f(x) = 18x - 6$

b) $f(x) = -3x - 8$

c) $f(x) = 11x$

✓ Zapoznaj się z przykładem 1b/147 w podręczniku.

▪ Przykład 3

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{2x + 6}$.

Czy pierwiastek kwadratowy można obliczyć z dowolnej liczby rzeczywistej? Nie, nie istnieje pierwiastek kwadratowy z liczby ujemnej. Istnieją pierwiastki kwadratowe tylko z liczb nieujemnych (dodatnich lub równych 0).

Wnioskujemy więc, że wyrażenie pod pierwiastkiem musi mieć wartość nieujemną (dodatnią lub równą zero).

Stąd

$$2x + 6 \geq 0$$

Rozwiązujemy tą nierówność;

$$2x \geq -6 \quad /2$$

$$x \geq -3$$

Możemy zapisać, że dziedziną funkcji f są wszystkie liczby rzeczywiste większe bądź równe -3 , czyli $D_f = \langle -3; \infty \rangle$ lub inaczej zapisując $D_f: x \geq -3$.

Odp. $D_f = \langle -3; \infty \rangle$.

▪ Przykład 4

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{-4x - 24}$.

Wyrażenie podpierwiastkowe powinno być nieujemne, więc:

$$-4x - 24 \geq 0$$

$$-4x \geq 24 \quad /-4$$

$$x \leq -6$$

Odp. $D_f = (-\infty; -6]$

• Zad.2

Wyznacz dziedzinę funkcji f , jeśli:

a) $f(x) = \sqrt{3x - 12}$

b) $f(x) = \sqrt{x + 2}$

c) $f(x) = \sqrt{-2x - 2}$

d) $f(x) = \sqrt{20 + 5x}$

✓ Zapoznaj się z przykładem 1c/147 w podręczniku.

▪ Przykład 5

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{7}{x}$.

Kreska ułamkowa zastępuje dzielenie, a dzielenie przez 0 jest niewykonalne (nie dzielimy przez 0, mianownik nie może być zerem!), dlatego w naszym przykładzie $x \neq 0$. Powiemy, że dla naszej funkcji możemy obliczać wartości dla dowolnego argumentu będącego liczbą rzeczywistą oprócz 0.

Odp. Dziedziną funkcji f jest zbiór liczb rzeczywistych oprócz zera, co zapisujemy: $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$.

▪ Przykład 6

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{1+5x}{2x-8}$.

Sprawdzam, kiedy mianownik będzie równy 0: $2x - 8 = 0$

$$2x = 8$$

$$x = 4 \quad \text{Odp. } D_f = \mathbb{R} - \{4\}.$$

▪ Przykład 7

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{4x+9}{-10x-5}$.

Sprawdzam, kiedy mianownik będzie równy 0: $-10x - 5 = 0$

$$-10x = 5 \quad /-10$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{Odp. } D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}.$$

▪ Przykład 8

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{x-9}{(x-7)(3x+6)}$.

Rozwiązanie:

Sprawdzam, kiedy mianownik będzie równy 0:

$$(x - 7)(3x + 6) = 0$$

$$x - 7 = 0 \text{ lub } 3x + 6 = 0$$

Rozwiązujemy każde z tych równań:

$$\underline{x = 7} \quad \text{lub} \quad 3x = -6 \quad /3$$

$$\underline{x = -2}$$

Odp. $D_f = \mathbb{R} - \{7; -2\}$.

- Zad.3

Wyznacz dziedzinę funkcji f , jeśli:

a) $f(x) = \frac{9}{x+6}$.

b) $f(x) = \frac{x-1}{2x+18}$

c) $f(x) = \frac{2x-5}{-4x+3}$

d) $f(x) = \frac{1}{(x+1)(-2x-8)}$