

Temat: Obliczanie wartości logarytmów – 2h

✓ Proszę zapoznać się z filmem: <https://www.youtube.com/watch?v=K3OkbCo-Xew>

✓ Logarytm o podstawie 10

$\log_{10} a$ zapisujemy $\log a$ - nie piszemy liczby 10 jako podstawy

Np. $\log 1000 = 3$, bo $10^3 = 1000$

$$\log_{10} \frac{1}{10} = -1, \text{ bo } 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

✓ Obliczanie wartości logarytmów

▪ Przykład 1

Oblicz: $\log_4 8\sqrt[4]{2}$

Rozwiązanie

Oznaczmy przez x wartość szukanego logarytmu:

$$(*) \quad \log_4 8\sqrt[4]{2} = x$$

Korzystamy z definicji logarytmu

$$(\log_a b = c, \text{ jeżeli } a^c = b)$$

$$4^x = 8\sqrt[4]{2}$$

Prawą stronę doprowadzamy do jednej potęgi

$$4^x = 8 \cdot 2^{\frac{1}{4}}$$

$$4^x = 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{4}}$$

$$4^x = 2^{3+\frac{1}{4}}$$

$$4^x = 2^{3\frac{1}{4}}$$

$$4^x = 2^{\frac{13}{4}}$$

Sprowadzamy lewą stronę do potęgi o podstawie 2, aby mieć po obu stronach potęgi o tych samych podstawach:

$$(2^2)^x = 2^{\frac{13}{4}}$$

$$2^{2x} = 2^{\frac{13}{4}}$$

Mając potęgi o tych samych podstawach, przyrównujemy wykładniki

$$2x = \frac{13}{4} \quad // 2$$

$$x = \frac{13}{4} : 2$$

$$x = \frac{13}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

$$(*) \quad \log_4 8\sqrt[4]{2} = x = 1\frac{5}{8}$$

$$\text{Odp. } \log_4 8\sqrt[4]{2} = 1\frac{5}{8}$$

▪ Przykład 2

Oblicz: $\log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3}$

Rozwiązanie

Oznaczmy $\log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3} = x$

Z definicji logarytmu: $(\frac{1}{3})^x = 81\sqrt{3}$

$$(\frac{1}{3})^x = 3^4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$(\frac{1}{3})^x = 3^{4\frac{1}{2}}$$

$$(\frac{1}{3})^x = 3^{\frac{9}{2}}$$

Sprowadzamy obie strony do potęg o tej samej podstawie

$$(3^{-1})^x = 3^{\frac{9}{2}}$$

$$3^{-x} = 3^{\frac{9}{2}}$$

Mając potęgi o tych samych podstawach, przyrównujemy wykładniki

$$-x = \frac{9}{2} \quad / -1$$

$$x = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2} \quad \text{Odp. } \log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3} = -4\frac{1}{2}$$

▪ Przykład 3

Oblicz: $\log_{2\sqrt{2}} 4\sqrt{8}$

Rozwiązanie

Oznaczmy $\log_{2\sqrt{2}} 4\sqrt{8} = x$

Z definicji logarytmu:

$$(2\sqrt{2})^x = 4\sqrt{8}$$

$$(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}})^x = 4 \cdot 8^{\frac{1}{2}}$$

$$(2^{1\frac{1}{2}})^x = 2^2 \cdot (2^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{\frac{3}{2}x} = 2^2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}$$

$$2^{\frac{3}{2}x} = 2^{2\frac{3}{2}}$$

Mając potęgi o tych samych podstawach, przyrównujemy wykładniki

$$\frac{3}{2}x = 2\frac{3}{2} \quad // \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\text{Odp. } \log_{2\sqrt{2}} 4\sqrt{8} = 2\frac{1}{3}$$

✓ Zadania do samodzielnego zrobienia

Zad. 4.1b,c / 134 podr.

Pytania i samodzielnie wykonane zadania proszę przysyłać do 01.04.2020