

Temat: Wzajemne położenie prostych

✓ Przypomnij sobie: proste równoległe

Proste $k: y = a_1x + b_1$ i $l: y = a_2x + b_2$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = a_2$,
(współczynniki kierunkowe prostych są równe).

▪ Przykład 1

Wyznacz równanie prostej l równoległej do prostej $k: y = -3x + 1$ i przechodzącej przez punkt $P = (1; -5)$.

Rozwiązanie

(*) Szukana prosta $l: y = ax + b$

Dana prosta $k: y = -3x + 1$.

Proste k i l mają być równoległe, a więc ich współczynniki kierunkowe są równe:

$$a = -3$$

Podstawiamy do (*):

$$y = -3x + b \quad (**)$$

teraz musimy obliczyć wsp. b .

Wiemy, że punkt $P = (1; -5)$ należy do szukanej prostej. Podstawiamy $x = 1$ i $y = -5$ do (**)

$$-5 = -3 \cdot 1 + b$$

$$-3 + b = -5$$

$$b = -5 + 3$$

$$b = -2$$

Otrzymujemy równanie prostej (**): $y = -3x - 2$

Odp. $l: y = -3x - 2$

Do samodzielne go zrobienia

▪ Zad. 1

Wyznacz równanie prostej l równoległej do prostej $k: y = 2x + 1$ i przechodzącej przez punkt $P = (3; -1)$.

▪ Zad. 2

Wyznacz równanie prostej l równoległej do prostej $k: y = -4x + 1$ i przechodzącej przez punkt $P = (-2; 11)$.

✓ Przypomnij sobie: proste prostopadłe

Proste $k: y = a_1x + b_1$ i $l: y = a_2x + b_2$ są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

▪ Przykład 2

Wyznacz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k: y = 3x - 2$ i przechodzącej przez punkt $P = (-1; 4)$.

Rozwiązanie

(*) Szukana prosta $l: y = ax + b$

Dana prosta $k: y = 3x - 2, \quad a_1 = 3$

Proste k i l mają być prostopadłe, a więc ich współczynniki kierunkowe muszą spełniać warunek $a_1 \cdot a_2 = -1$

$$3 \cdot a_2 = -1 \quad //:3$$

$$a_2 = -\frac{1}{3}$$

Podstawiamy do (*): $y = -\frac{1}{3}x + b$ (**)

Wiemy, że punkt $P = (-1; 4)$ należy do szukanej prostej. Podstawiamy $x = -1$ i $y = 4$ do (**)

$$4 = -\frac{1}{3} \cdot (-1) + b$$

$$\frac{1}{3} + b = 4$$

$$b = 4 - \frac{1}{3}$$

$$b = 3\frac{2}{3}$$

Otrzymujemy równanie prostej (**): $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$

Odp. l: $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$

▪ Przykład 3

Wyznacz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k: y = -\frac{2}{3}x + 7$ i przechodzącej przez punkt $P = (-6; 11)$.

Rozwiązanie

(*) Szukana prosta $l: y = ax + b$

Dana prosta $k: y = -\frac{2}{3}x + 7$, $a_1 = -\frac{2}{3}$

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

$$-\frac{2}{3} \cdot a_2 = -1 \quad // \cdot \frac{2}{3}$$

$$a_2 = -1 : \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$a_2 = -1 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$a_2 = \frac{3}{2}$$

Otrzymujemy (*) $y = \frac{3}{2}x + b$

Podstawiamy współrzędne punktu $P = (-6; 11)$, aby obliczyć współczynnik b

$$11 = \frac{3}{2} \cdot (-6) + b$$

$$-9 + b = 11$$

$$b = 11 + 9$$

$$b = 20$$

Odp. l: $y = \frac{3}{2}x + 20$

✓ Do samodzielnego zrobienia

▪ Zad. 3

Wyznacz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k: y = 3x + 1$ i przechodzącej przez punkt $P = (0; 2)$.

▪ Zad. 4

Wyznacz równanie prostej l prostopadłej do prostej $k: y = -\frac{1}{2}x - 3$ i przechodzącej przez punkt $P = (3; 1)$.