

Wstęp do statystyki!

Mediana (Me) – w uporządkowanym szeregu liczb wyraz środkowy (w szeregu o nieparzystej liczbie wyrazów) lub średnia arytmetyczna dwóch wyrazów środkowych (w szeregu o parzystej liczbie wyrazów).

Średnia arytmetyczna (średnia - \bar{x}) – dla wyrazów szeregu x_1, x_2, \dots, x_n jest równa: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

Dominanta (moda, wartość modalna - Do) – w zestawie danych jest ta wartość, która występuje w nim najczęściej, ale więcej niż raz. (**uwaga!** Zestaw danych może posiadać więcej niż jedną dominantę.)

Średnia ważona (\bar{x}_w) – jeżeli wynikom x_1, x_2, \dots, x_n nadane są nieujemne wagi a_1, a_2, \dots, a_n takie, że $a_1 + a_2 + \dots + a_n > 0$ to średnią ważoną tych wyników jest liczba: $\bar{x}_w = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$.

Miary rozproszenia:

Przeciętnym odchyleniem od średniej x liczb x_1, x_2, \dots, x_n jest wartość $o = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$

Jeżeli przeciętne odchylenie od średniej jest małe, to dane są zgrupowane blisko niej.

Wariancją w zestawie wyników x_1, x_2, \dots, x_n przeciętne odchylenie kwadratowe od wartości średniej x , czyli σ^2 (sigma) $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$.

Odchyleniem standardowym w zestawie wyników obserwacji nazywamy pierwiastek kwadratowy z wariancji, który wynosi $\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$.

Odchylenie standardowe jest najwygodniejszą miarą do oszacowania rozproszenia. Im jest ono mniejsze tym wyniki są skupione blisko średniej.

Przykładowe zadania z rozwiązaniami:

Zadanie 1

Oblicz medianę, dominantę, średnia arytmetyczną danych liczb.

a) 9, 5, 7, 0, 7, 5, 0, 9, 7, 7, 0

Porządkuję rosnąco dane: 0,0,0,5,5,7,7,7,7,9,9 ; Me = 7 ; Do = 7 ; $\bar{x} = \frac{3 \cdot 0 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{11} = \frac{56}{11} = 5,09$.

b) 6, 11, 4, 8, 8, 7, 9, 10, 6, 4

Porządkuję rosnąco dane: 4,4,6,6,8,8,7,9,10,11 ; Me = $\frac{8+7}{2} = 7,5$; Do = 4 ; 6 ; 8 ; $\bar{x} = \frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 7 + 9 + 10 + 11}{10} = \frac{73}{10} = 7,3$.

Zadanie 2

W grupie 80 losowo wybranych uczniów klas czwartych w pewnym technikum zadano pytanie: „Ile czasu poświęcasz dziennie na naukę?” Wyniki ankiety przedstawiają się następująco: 0,5 h – 10% ;

1 h – 40% ; 2 h – 30% ; 3 h – 20% . Oblicz średnią arytmetyczną, wyznacz medianę i dominantę zebranych danych.

$$0,5h - 8 ; 1h - 32 ; 2h - 24 ; 3h - 16 ; Me = \frac{1+2}{2} = 1,5 ; Do = 1$$

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 0,5 + 32 \cdot 1 + 24 \cdot 2 + 16 \cdot 3}{80} = \frac{132}{80} = 1,65.$$

Zadanie 3

Uczeń ma 8 ocen z biologii, ich średnia arytmetyczna jest równa 3. O ile wzrośnie ta średnia, jeżeli otrzyma on jeszcze dwie oceny – czwórkę i szóstkę?

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 3 + 4 + 6}{10} = \frac{34}{10} = 3,4 ; \text{Odp. Średnia wzrośnie o } 0,4.$$

Zadanie 4

W klasach II A liczącej 27 osób i II B liczącej 18 osób przeprowadzono sprawdzian ze statystyki. Średnia ocen ze sprawdzianu w klasie II A jest równa 4, a w II B 3,5. Oblicz średnią ocen ze sprawdzianu w obu klasach razem.

$$\bar{x} = \frac{27 \cdot 4 + 18 \cdot 3,5}{45} = \frac{171}{45} = 3,8$$

Zadanie 5

Średnia arytmetyczna liczb: 6, 7, 3, 9, 10, x, y jest równa 9. Oblicz x i y, jeśli mediana jest równa 8 i $y > x$.

Po częściowym uporządkowaniu otrzymujemy: 3, 6, 7, 8, 9, 10, y $\bar{x} = \frac{3+6+7+8+9+10+y}{7} = 9$

$$43 + y = 63 \quad y = 20 \text{ i } x = 8$$

Zadanie 6

Teleturniej składa się z trzech konkurencji ocenianych w skali od 0 do 10. Ostateczny wynik jest średnią ważoną poszczególnych wyników. Który zawodnik wygrał teleturniej?

Waga 2 3 5

Kuba 8 5 10 $\bar{x}_{WK} = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 10}{2+3+5} = \frac{81}{10} = 8,1$

Paweł 10 5 8 $\bar{x}_{WP} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 8}{2+3+5} = \frac{75}{10} = 7,5$

Marek 8 10 5 $\bar{x}_{WM} = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 5}{2+3+5} = \frac{71}{10} = 7,1$

Teleturniej wygrał Kuba.

Zadanie 7

Zmierzono wzrost uczniów w dwóch siedmioosobowych grupach. Wyniki przedstawiono poniżej.

- Oblicz średnią i wyznacz medianę dla każdej grupy.
- Oblicz wariancję i odchylenie standardowe dla każdej grupy. Odpowiedź podaj z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

Grupa I : 130 cm – 3 ; 140 cm – 2 ; 150 cm – 1 ; 160 cm – 1 ;

Grupa II : 100 cm – 1 ; 120 cm – 1 ; 130 cm – 1 ; 140 cm – 1 ; 150 cm – 1 ; 160 cm – 1 ; 180 cm – 1 ;

Rozwiązanie:

$$\text{Grupa I : Me} = 140 \quad \bar{x} = \frac{3 \cdot 130 + 2 \cdot 140 + 150 + 160}{7} = \frac{980}{7} = 140$$

$$\sigma^2 = \frac{3(130-140)^2 + 2(140-140)^2 + (150-140)^2 + (160-140)^2}{7} = \frac{3 \cdot 100 + 2 \cdot 0 + 100 + 400}{7} = \frac{800}{7} = 114,29$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{3(130-140)^2 + 2(140-140)^2 + (150-140)^2 + (160-140)^2}{7}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 100 + 2 \cdot 0 + 100 + 400}{7}} = \sqrt{\frac{800}{7}} = 10,69$$

$$\text{Grupa II : Me} = 140 \quad \bar{x} = \frac{100 + 120 + 130 + 140 + 150 + 160 + 180}{7} = \frac{980}{7} = 140$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(100-140)^2 + (120-140)^2 + (130-140)^2 + (140-140)^2 + (150-140)^2 + (160-140)^2 + (180-140)^2}{7} = \\ &= \frac{1600 + 400 + 100 + 0 + 100 + 400 + 1600}{7} = \frac{4200}{7} = 600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{(100-140)^2 + (120-140)^2 + (130-140)^2 + (140-140)^2 + (150-140)^2 + (160-140)^2 + (180-140)^2}{7}} = \\ &= \sqrt{\frac{1600 + 400 + 100 + 0 + 100 + 400 + 1600}{7}} = \sqrt{\frac{4200}{7}} = \sqrt{600} = 24,49 \end{aligned}$$

Większe rozproszenie danych obserwujemy w grupie II.

Na podstawie rozwiązanych zadań proszę o rozwiązywanie zadań z podręcznika na stronach

142 – 145 ; 155 – 157 oraz zadania 41 – 45 na stronie 162. Rozwiązywanie tych zadań proszę potraktować jako ćwiczenia utrwalające. Wszelkie pytania, trudności i wątpliwości proszę przekazywać drogą mailową. Postaram się na nie odpowiedzieć.

UWAGA!!!

Ponadto przesyłam zadania ze statystyki (umieszczone w pliku MATEMATYKA-3), które powinniście rozwiązać i przesłać do sprawdzenia do 31 marca 2020 roku.

Przesyłam także do rozwiązania dwa arkusze maturalne umieszczone w pliku MATEMATYKA-4 i MATEMATYKA-5. Proszę je rozwiązać i przesłać do 7 kwietnia 2020 roku.

Każdy robi tyle zadań ile potrafi. Postarajcie się jak najwięcej zrobić samodzielnie .

Pierwsze dwa arkusze przesłaliście w bardzo różnych formatach i nie zawsze te pliki były czytelne (zdjęcia niekiedy były rozmazane lub bardzo ciemne).

Jeżeli mogę to proponuję rozwiązać w zeszycie lub na kartce, sfotografować i przesłać jako załączniki do wiadomości.

Pozdrawiam, życzę zdrowia.

Wasz nauczyciel Henryk Kobytecki

